1. Aufgabe (Alles ist Mathematik – Zerlegungen überall):

a)

Es gibt für den Zahlenbereich der natürlichen Zahlen sechs mögliche Lösungen:

5+6+7=4+6+8=3+6+9=2+6+10=1+6+11=6+6+6=18

In anderen Zahlbereichen kann man natürlich unendlich viele Lösungen produzieren.

b)

125 kann in 25+25+25+25+25 = 125 zerlegt werden.
Die mittlere Zahl dieser Zerlegung ist 25.
Wie groß kann der Unterschied (Differenz) zwischen zwei benachbarten Zahlen höchstens sein?
Zwischen dem ersten und dem mittleren Summanden liegt der Unterschied zweimal.
25 minus zweimal den Unterschied muss eine natürliche Zahl sein, der Unterschied kann also maximal nur 12 zwischen zwei benachbarten Zahlen sein.

Deshalb sind *nur* folgende Zerlegungen möglich:
23+24+25+26+27=125
21+23+25+27+29=125
19+22+25+28+31=125
17+21+25+29+33=125
15+20+25+30+35=125
13+19+25+31+37=125
11+18+25+32+39=125
9+17+25+33+41=125
7+16+25+34+43=125
5+15+25+35+45=125
3+14+25+36+47=125
1+13+25+37+49=125

c)
Alle Summanden sollen, ungerade sein und größer Null, deshalb gilt für $n \in IN$:
2n+1 sei der Term für die kleinste geforderte ungerade natürliche Zahl, der nächst größere Term ist dann 2n+3.
Für die folgenden vier weiteren Terme für ungeraden Zahlen gilt dann 2n+5, 2n+7, 2n+9 und 2n+11. Man erkennt leicht, dass sich je zwei benachbarte Zahlen immer um 2 unterscheiden.
Addiert man die sechs Terme so erhält man:
$(2n+1) + (2n+3) + (2n+5) + (2n+7) + (2n+9) + (2n+11) = 6\cdot 2n + 36 = 12\,(n+3)$
Diese Summe soll gleich 2016 sein.
Termumformungen liefern:

$\Leftrightarrow 2016 = 12\,(n+3)$

$\Leftrightarrow 168 = n + 3$

$\Leftrightarrow 165 = n$

© 2016 Mathe-Treff der Bezirksregierung Düsseldorf.
Ein Nachdruck oder eine Veröffentlichung auf gedruckten oder digitalen Medien bedarf der Zustimmung der Bezirksregierung Düsseldorf.

Für die kleinste ungerade Zahl gilt: (Term $T(n) = 2n+1$), also $T(165) = 2\cdot165+1 = 331$
Die kleinste Zahl ist 331.
Eine mögliche Zerlegung von 2016 ist $331+333+335+337+339+341 = 2016$.

© 2016 Mathe-Treff der Bezirksregierung Düsseldorf.
Ein Nachdruck oder eine Veröffentlichung auf gedruckten oder digitalen Medien bedarf der Zustimmung der Bezirksregierung Düsseldorf.

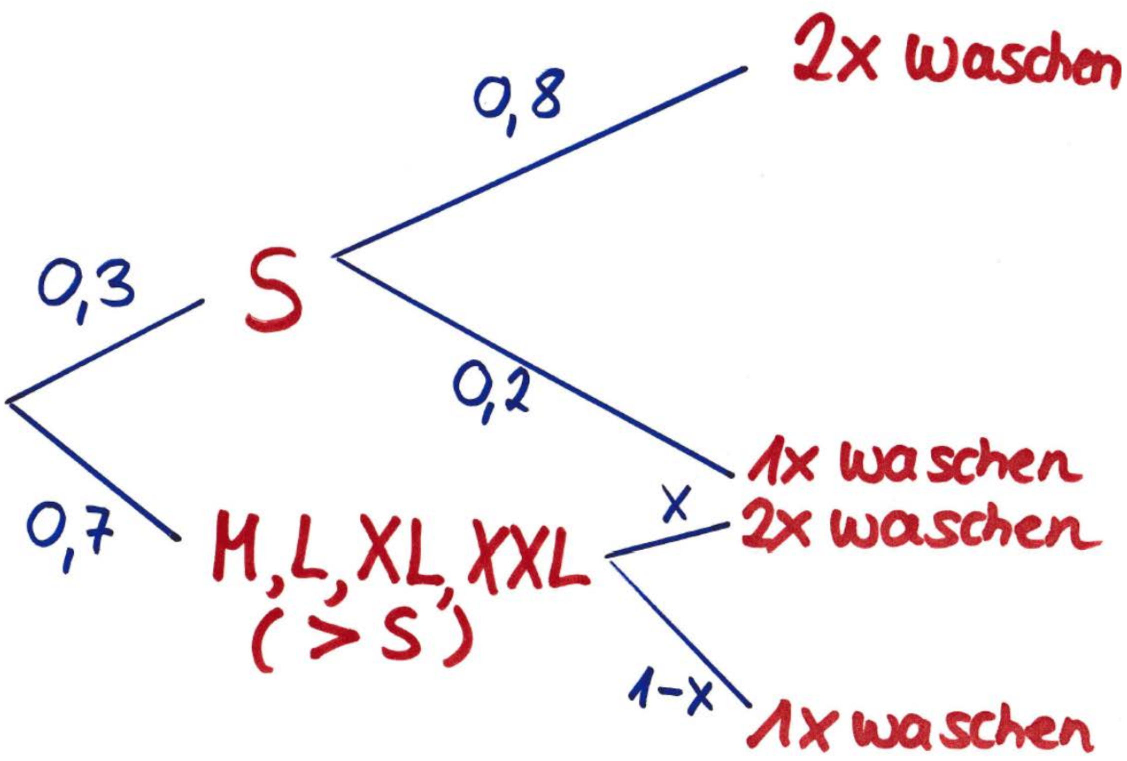
2. Aufgabe (Fahrradtour):

Sei X der Treffpunkt.
Dann ist die Entfernung von Düsseldorf nach X |DX| und zwischen Münster und X |MX|.
Jeder der 5 Düsseldorfer legt die Strecke 2|DX| zurück, jeder der 6 Münsteraner die Strecke 2|MX| zurück. Das ergibt eine Gesamtstrecke von 2*5*|DX| + 2*6*|MX|.

Weil |DX| + |MX| = |DM| gilt, ist die Gesamtstrecke 10|DM| + 2|MX|. Sie ist am kleinsten für |MX|= 0.

Aufgabe 3 (Die Folgen eines Fußballspiels):

$\frac{1}{70}$ oder 1,43% der Trikots, die größer sind als S, sind so verschmutzt, dass man sie zweimal waschen muss.
Denn:
25% aller Trikots muss man zweimal waschen, d.h.
$0{,}7 \cdot x + 0{,}3 \cdot 0{,}8 = 0{,}25$, also $0{,}7 \cdot x = 0{,}01$, also ist x ungefähr 0,0143.



© 2016 Mathe-Treff der Bezirksregierung Düsseldorf.
Ein Nachdruck oder eine Veröffentlichung auf gedruckten oder digitalen Medien bedarf der Zustimmung der Bezirksregierung Düsseldorf.

Aufgabe 4 (Eine Schifffahrt ist lustiger)

Hierbei handelt es sich um unsere sog. Scherzaufgabe. Es gibt keine eindeutige Lösung. Die Bewertung erfolgt nach Kreativität im Lösungsansatz.

Eine mögliche Lösung:

Zwischen Bernkastel-Kues und Zeltingen-Rächtig befindet sich eine große Moselschleuse. Dort passen zwei Schiffe hinein, so dass beide Schiffe in einem Schleusengang die Schleuse durchfahren und damit das erste Schiff eingeholt wird.

Andere Ideen: das erste Schiff legt für einen Fotostopp an der Wehlener Sonnenuhr an, ein Passagier hat was Wichtiges vergessen an Land, so dass das vordere Schiff noch mal zurück muss, …

© 2016 Mathe-Treff der Bezirksregierung Düsseldorf.
Ein Nachdruck oder eine Veröffentlichung auf gedruckten oder digitalen Medien bedarf der Zustimmung der Bezirksregierung Düsseldorf.